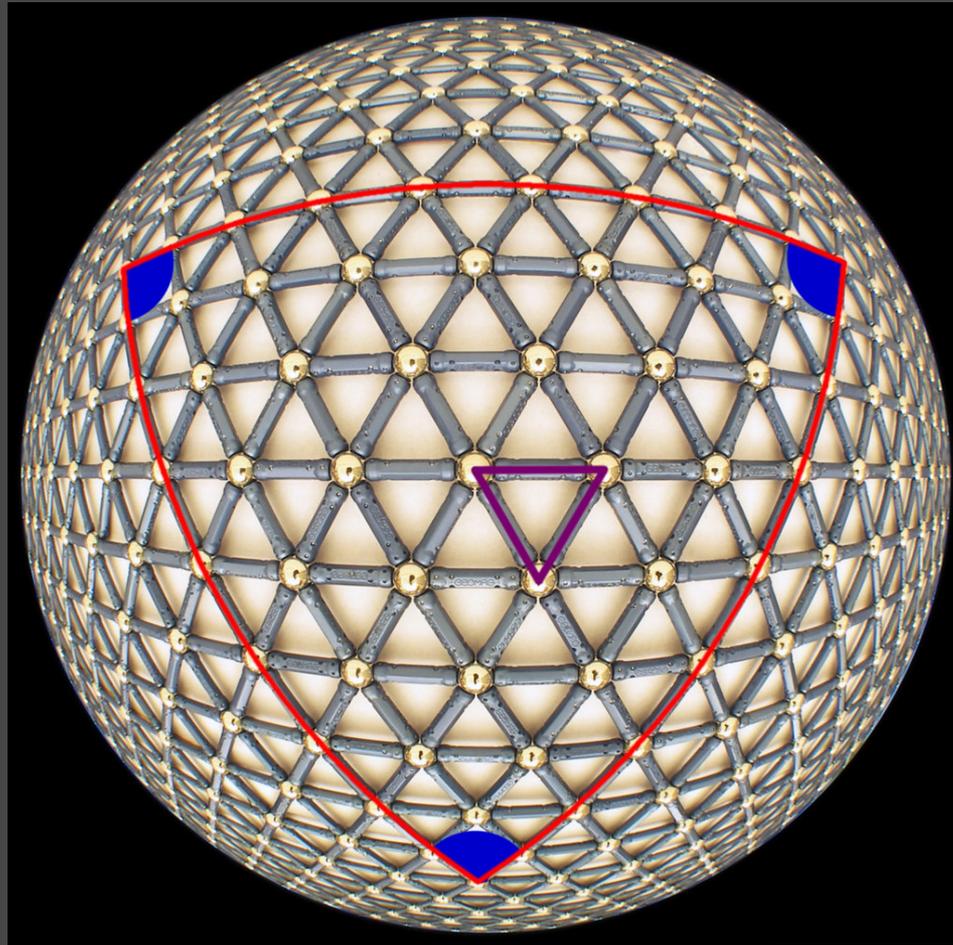


Geometrie non euclidea



La matematica è
un'opinione???

Quello che ci hanno sempre insegnato ...



-La somma dei quadrati costruiti sui cateti è uguale al quadrato costruito sull'ipotenusa

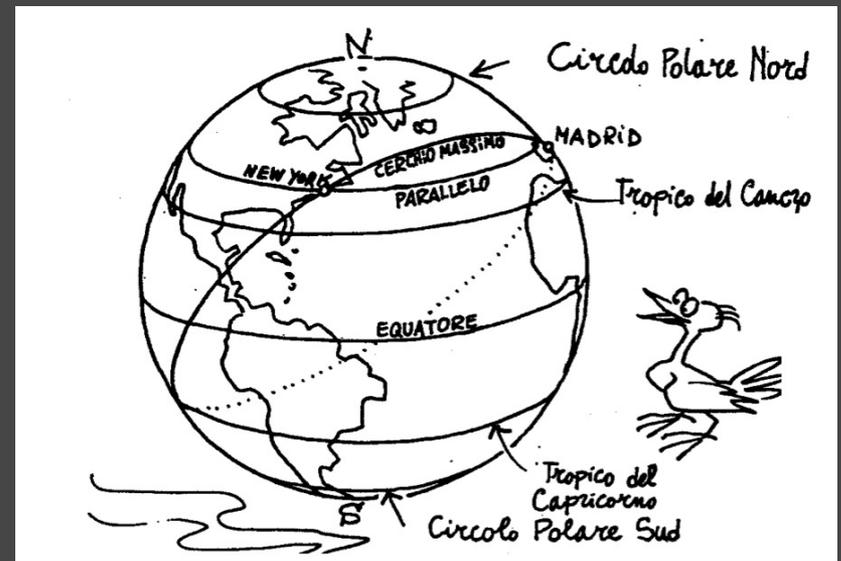
-Dati una retta r e un punto P fuori da essa, esiste una e una sola parallela ad r passante per P

-La somma degli angoli interni di un triangolo è 180°

-Dato un triangolo, è sempre possibile costruirne uno simile ma più grande (omotetia)

Eppure.....è vero

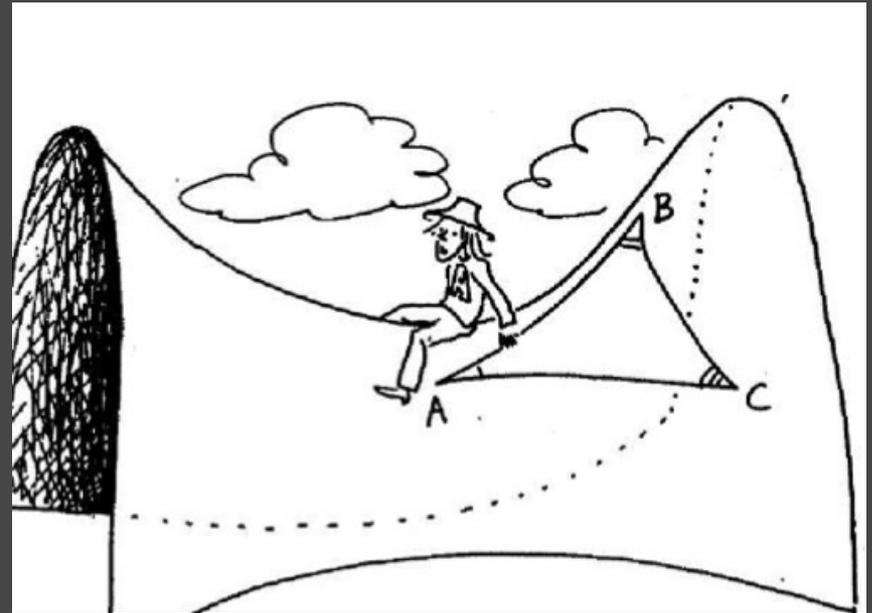
- ✓ La somma dei quadrati costruiti sui cateti è maggiore del quadrato costruito sull'ipotenusa
- ✓ Dati una retta r e un punto P fuori da essa, non esiste nessuna parallela ad r passante per P
- ✓ La somma degli angoli interni di un triangolo è maggiore di 180°
- ✓ Se due triangoli hanno gli stessi angoli interni, allora hanno la stessa area



Se si misura su una sfera...

Ma anche.....

- La somma dei quadrati costruiti sui cateti è minore del quadrato costruito sull'ipotenusa
- Dati una retta r e un punto P fuori da essa, esiste più di una parallela ad r passante per P
- La somma degli angoli interni di un triangolo è minore di 180°
- Se due triangoli hanno gli stessi angoli interni, allora hanno la stessa area



Se si misura su una sella

Dove sta il problema?

Esistono geometrie vere o false?

Possiamo chiederci allora se il sistema metrico decimale è vero e i vecchi sistemi di pesi e misure sono falsi; se le coordinate cartesiane sono vere e quelle polari sono false. *Una geometria non può essere più vera di un'altra, può soltanto essere più comoda.*

La costruzione di una geometria è come un gioco ...

Oggetti (termini, enti primitivi)

Regole di base (assiomi, postulati)

Geometria = tutte le affermazioni,
riguardanti gli oggetti, che si
possono ottenere tramite deduzioni
logiche a partire dalle regole di base
(proposizioni, teoremi)

Geometria Euclidea



Oggetti: punto, linea,
superficie,
retta, angolo, triangolo,
quadrilatero, circonferenza
Regole di base:

- I. per due punti passa una ed una sola retta;*
- II. ogni retta può essere prolungata indefinitivamente;*
- III. dato il centro e il raggio esiste uno ed un solo cerchio;*
- IV. tutti gli angoli retti sono uguali;*

EUCLIDES
AB OMNI NÆVO VINDICATUS:
SIVE
CONATUS GEOMETRICUS
QUO STABILIENTUR
Prima ipsa univērsæ Geometriæ Principia.
AUCTORE
HIERONYMO SACCHERIO
SOCIETATIS JESU
In Ticinensī Universitate Matheseos Professore.
OPUSCULUM
EX.^{MO} SENATUI
MEDIOLANENSI
Ab Auctore Dicitur.
MEDIOLANI, MDCCXXXIII.

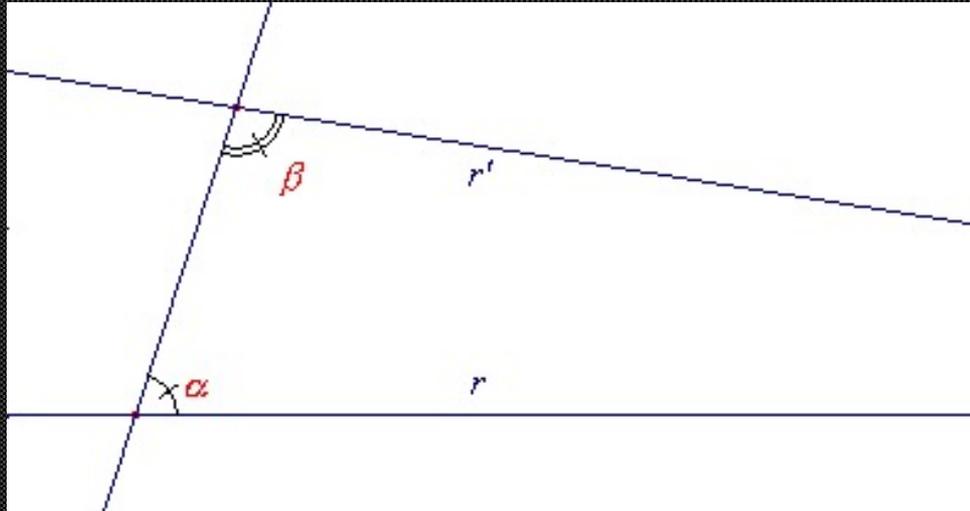
Ex Typographia Pauli Anconii Montani. Superiorum permiffi.

Dai postulati che Euclide utilizzò nei suoi *Elementi*, si può facilmente intuire come mai il quinto postulato sia stato fonte di dibattiti per duemila anni. I postulati sono infatti:

- tra due punti qualsiasi è possibile tracciare una e una sola retta;
- si può prolungare un segmento oltre i due punti indefinitamente;
- dato un punto e una lunghezza, è possibile descrivere un cerchio;
- tutti gli angoli retti sono congruenti fra loro;
- se una retta che taglia due rette determina dallo stesso lato angoli interni minori di due angoli retti, prolungando le due rette, esse si incontreranno dalla parte dove i due angoli sono minori di due retti.

Il V postulato

se una retta forma con altre due da una stessa parte angoli interni con somma minore di due retti allora quelle due rette si incontreranno nello stesso semipiano.



Le geometrie *non euclidee*

Oggetti: gli stessi della geometria euclidea (punto, linea, ...)

Regole di base:

Negare il V Postulato!

N1. Data una retta ed un punto non appartenente ad essa, esistono almeno 2 (infinite) rette passanti per il punto e parallele alla retta data.

N2. Data una retta ed un punto non appartenente ad essa, non esiste alcuna retta passante per il punto e parallela alla retta data.

Negare il V Postulato

Sostituendo il quinto postulato con una delle proposizioni equivalenti:

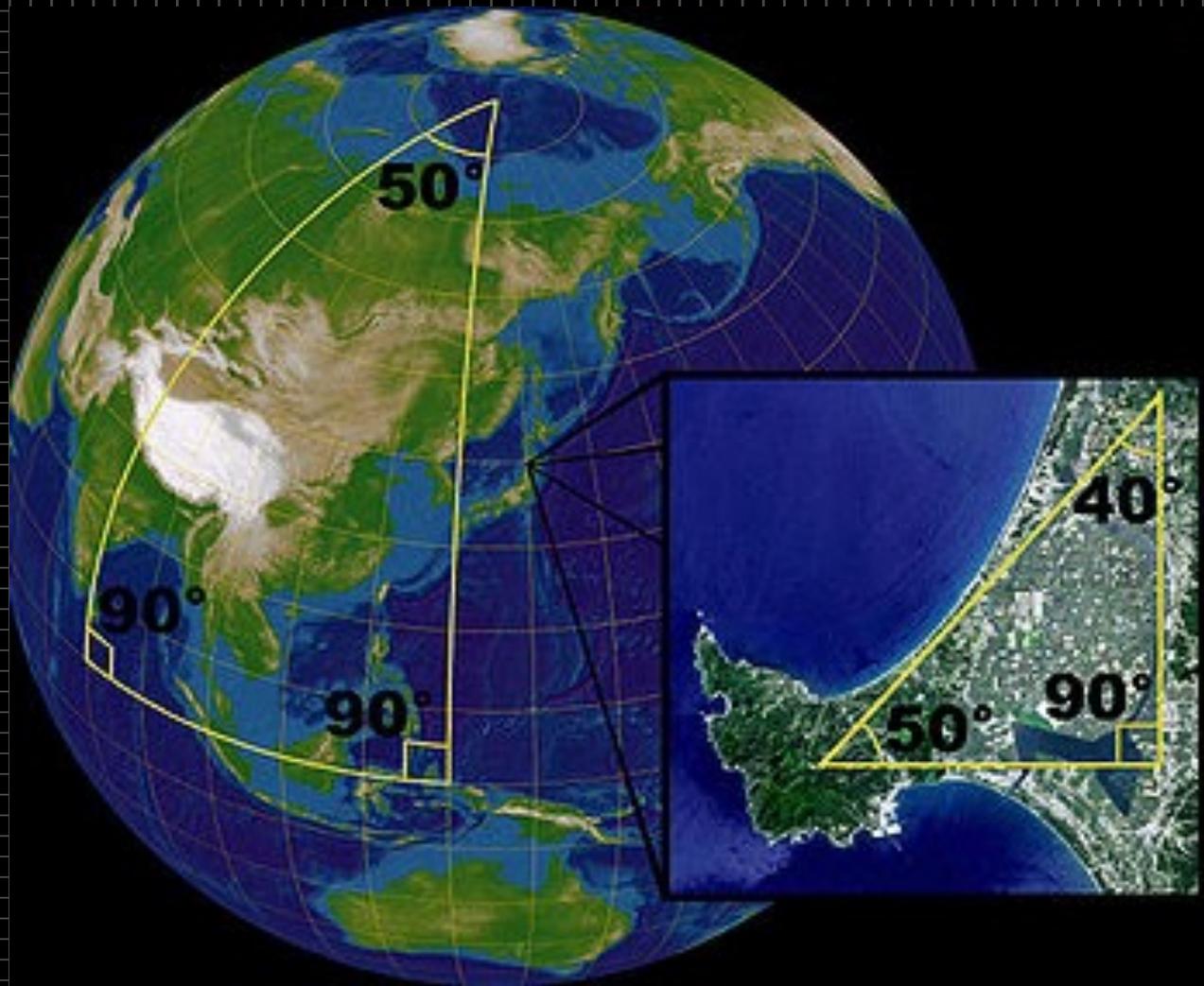
In un triangolo la somma degli angoli interni è di 180°

si ha che le negazioni N1 e N2 diventano:

N1. *In un triangolo la somma degli angoli interni è minore di 180°*

N2. *In un triangolo la somma degli angoli interni è maggiore di 180*

Negare il V Postulato



GEOMETRIA ELLITTICA o RIEMMENIANA...

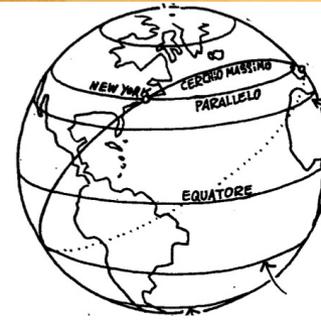
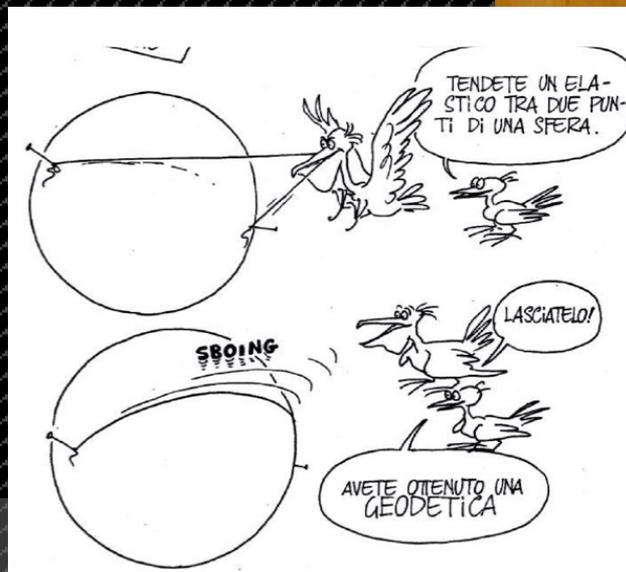
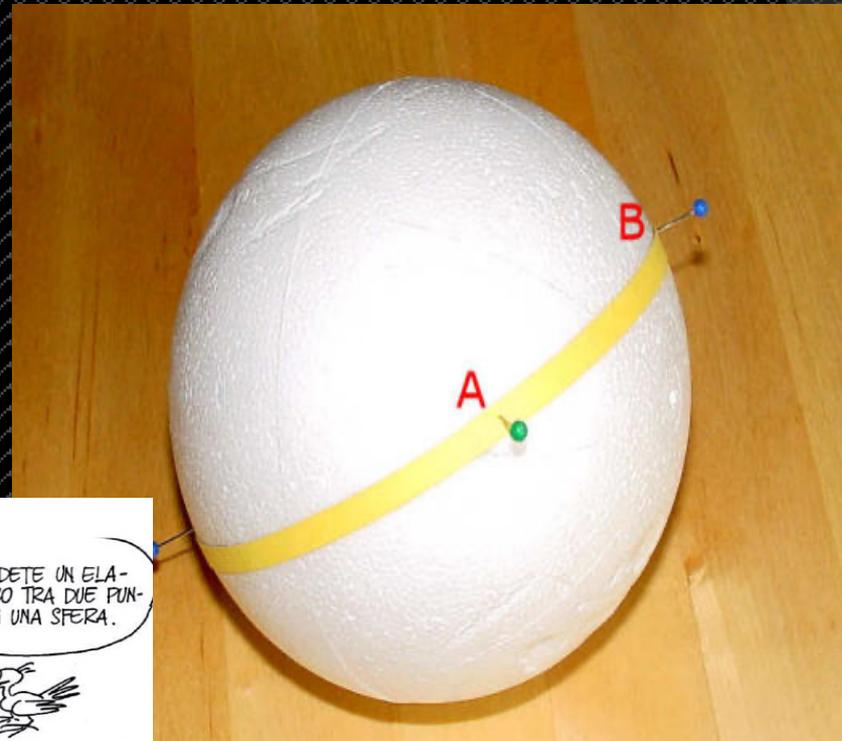
In generale la somma degli angoli interni di un triangolo di questo tipo è sempre maggiore di 180° e non è costante per tutti i triangoli. Mentre nella geometria euclidea la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre 180° , nella geometria ellittica la somma degli angoli interni del triangolo è variabile e dipende dalla grandezza del triangolo.



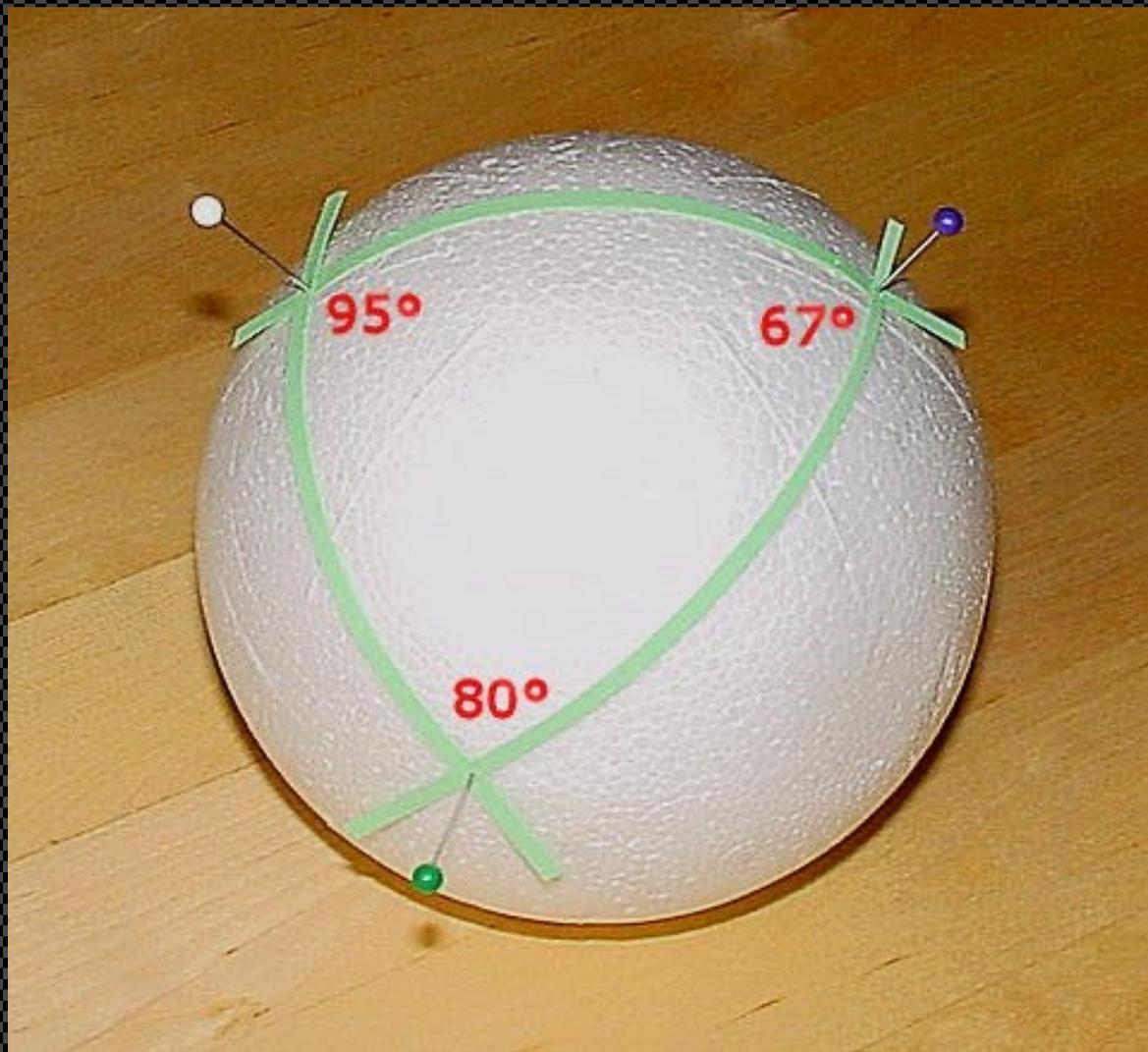
A questo punto introduciamo la

GEOTEDICA:

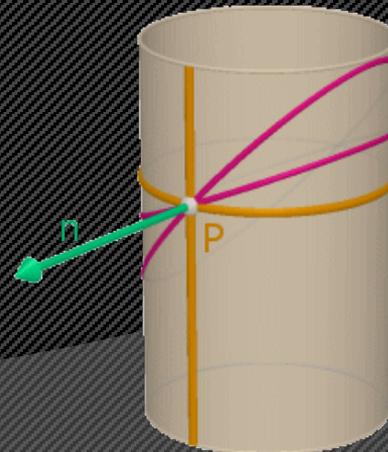
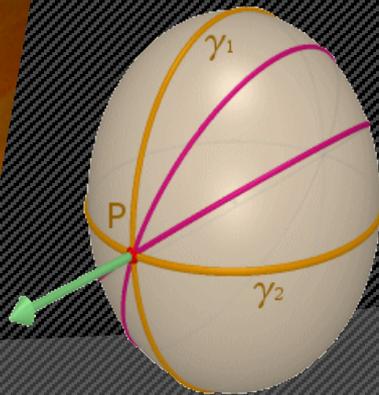
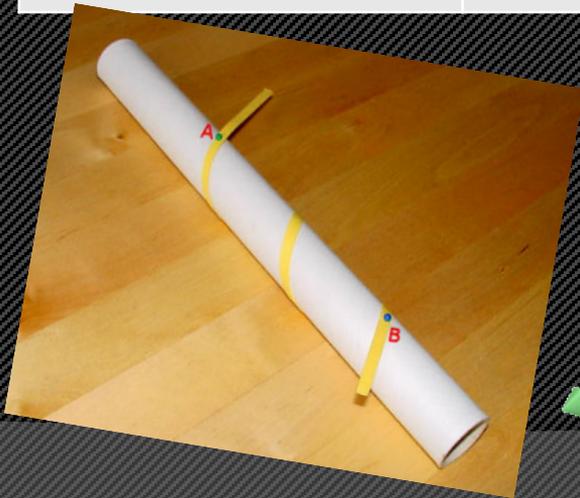
Su una superficie qualsiasi il percorso più breve che unisce due punti si chiama **geodetica**, AB arco di geodetica



Un esperimento analogo possiamo farlo costruendo dei triangoli sulla superficie di un pallone (curvatura positiva); anche in questo caso incolleremo delle striscioline di cartoncino o elastici (usando della colla a presa rapida, tipo Attack, o degli spilli). Potremo verificare che qui la somma degli angoli di un triangolo è sempre **maggiore di 180°** . Nella fotografia seguente vedete un triangolo sferico la cui somma angolare è di circa 242° .

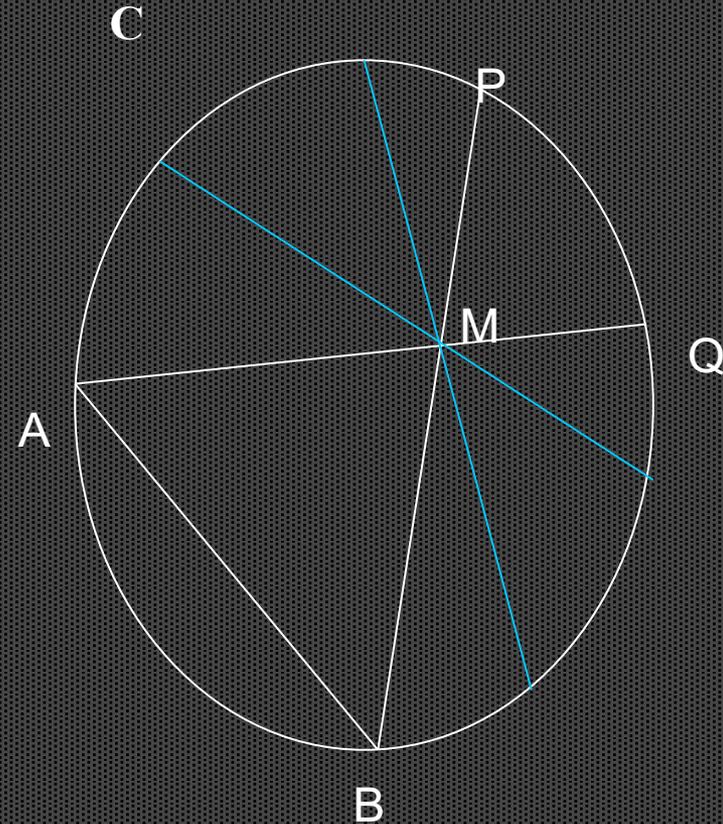


AMBIENTE:	GEOTEDICHE:	V POSTULATO:	SOMMA INTERNA DEGLI ANGOLI INTERNI:
PIANO	RETTE	SI	180°
SFERA	CIRCONFERENCE DI RAGGIO MASSIMO	NO	$>180^\circ$
“GIOSTRA”	DIAMETRI E ARCHI DI CIRCONFERENCE	NON VALE L'UNICITA'	
CILINDRO	CURVE ELICOIDALICHE	SI	$\leq 180^\circ$



GEOMETRIA IPERBOLICA:

- Sia C un cerchio privato della circonferenza, i “punti” sono i punti di tale cerchio, mentre le “rette” siano le corde della stesso cerchio.
- Considerando la retta AB , un punto M fuori da essa, esistono infinite rette passanti per M che non intersecano AB , che sono rappresentate da tutte le corde per M che intersecano gli archi AP e BQ di C .



piano punti interni ad una conica (una circonferenza;
quindi cerchio privato della circonferenza)

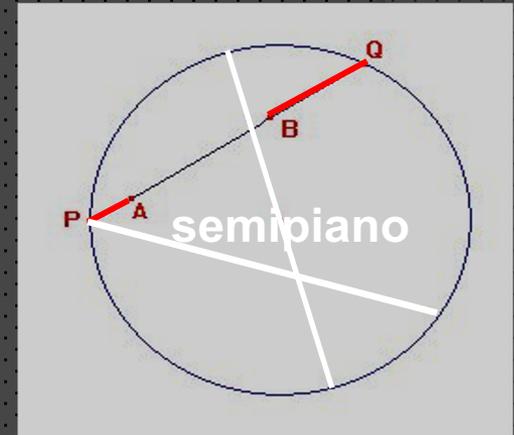
punto punto interno al cerchio

retta corda del cerchio

Due punti determinano una retta (BQ, AP
semirette; AB segmento)

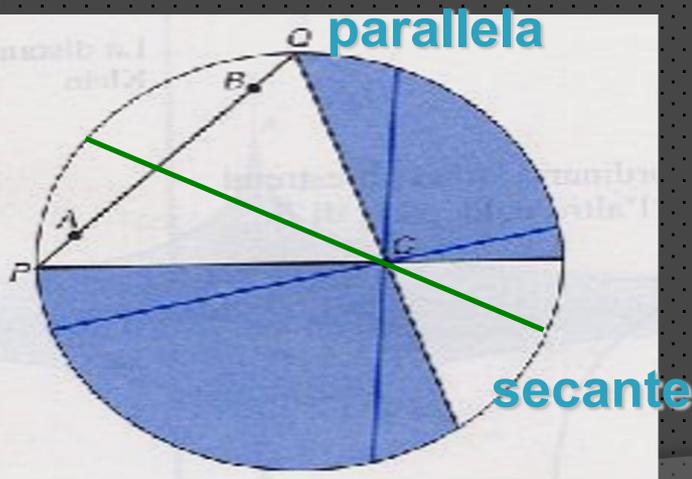
Per un punto passano infinite rette

Per un punto esterno a una retta passano
infinite rette che non la intersecano



CP e CQ, rette *separatrici*
delle rette secanti da quelle
non secanti, sono **le parallele**
a PQ

Somma angoli di un triangolo
 $< 180^\circ$



IT "G.DELEDDA" LECCE

Grazie

Realizzato da:

Rizzo Alessio

Petracca Nicola

Pezzuto Gabriele

Tarantino Elena

